

応 用 例

近代制御理論の基礎と応用

Modern Control Theory and Its Applications

大塚 敬* Kei Ohtsuka

I. まえがき

近代制御理論⁽¹⁾は1960年代にほぼ完成し、1970年代は応用の時代に移った。1970年代後半には、工業分野での計算機普及とともに徐々に近代制御理論の実用成果も増加してきたが、1980年代以降は、更に計算機の高速度大容量、分散化に伴い、広範な分野での理論の利用が期待されている。そのために、理論の応用展開の立場から、理論全般を、本質を損なわず平易な解釈によりまとめたので紹介する。

II. 基礎

1. 基本ブロックダイアグラム

第1図は、近代制御理論における基本ブロックダイアグラムである。古典制御理論では、伝達関数 $G(s)$ で平面的に展開していた。近代制御理論では図のごとくシステム特性は、 s の部分の $1/sI$ (I は単位行列) とシステム行列 A でまとめられる。したがって、 x は s の次数の多変数ベクトルとなる。これを状態変数と呼ぶ。 u は入力変数、 y は観測変数でそれぞれベクトル、 B 、 C はそれぞれ入力行列、観測行列である。古典制御理論の場合は x が制御変数であったが、近代制御理論の場合は必ずしも x すべてが制御目標にならないので、 z を用いる。 v_p 、 v_m はそれぞれシステムノイズ、観測ノイズである。

2. システム方程式

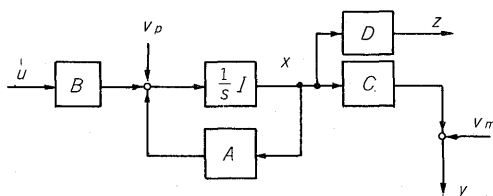
第1図により、システム方程式は次の二式となる。

$$\dot{x} = Ax + Bu + v_p \quad (\text{状態方程式}) \quad (1)$$

$$y = cx + v_m \quad (\text{観測方程式}) \quad (2)$$

3. 特性方程式、固有値、固有ベクトル

システムで重要な意味をもつものとして、特性方程式、



第1図 基本ブロックダイアグラム

Fig. 1. Basic block diagram

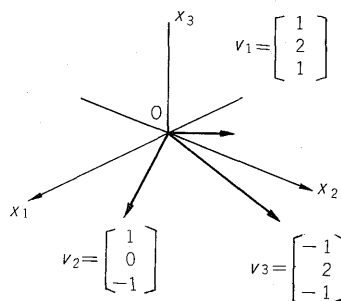
固有値、固有ベクトルがある。前二者は古典制御理論での特性方程式 $1 + G(s) = 0$ 、とその特性根が対応する。特性方程式は、式(3)となる。

$$|\lambda I - A| = 0 \quad (3)$$

その根 $\lambda_1 \dots \lambda_n$ が A の固有値である。各固有値に対応して固有ベクトル $v_1 \dots v_n$ が存在する。これは、

$$\lambda_i v_i = A v_i \quad (i=1 \sim n) \quad (4)$$

で求められる。古典制御理論では固有ベクトルはあまり利用されなかったが、いわゆる“モード”を表す。その概念は第2図で説明できる。これはシステム固有値が $\lambda_1 = -1$ 、 $\lambda_2 = -3$ 、 $\lambda_3 = -5$ 、固有ベクトル $v_1 = [1, 2, 1]^T$ 、 $v_2 = [1, 0, -1]^T$ 、 $v_3 = [-1, 2, -1]^T$ の場合である。もし初期状態が固有ベクトル v_1 上にあると、このベクトル上を直線的に平衡点の原点 O へ収束する。その速度は固有値 λ_i に関連し、 $e^{\lambda_i t}$ で収束する。一般の初期点の場合は、 $e^{\lambda_1 t}$ 、 $e^{\lambda_2 t}$ 、 $e^{\lambda_3 t}$ の線形結合で律せられ、原点へ収束する。

第2図 固有ベクトル
Fig. 2. Eigen vector

4. 遷移行列

これは、Transition Matrix と呼ばれ、 t_0 時刻の $x(t_0)$ が与えられたとき、任意 t_1 時刻の $x(t_1)$ が、 $x(t_0)$ と遷移行列 $\phi(t_1, t_0)$ で決定できる。

$$x(t_1) = \phi(t_1, t_0) x(t_0)$$

$$+ \int_{t_0}^{t_1} \phi(t_1, \tau) B(\tau) u(\tau) d\tau \quad (5)$$

この右辺第2項は入力 u に関する項である。遷移行列は、システムが線形の場合式(6)となる。

$$\phi(t_1, t_0) = e^{A(t_1 - t_0)} \quad (6)$$

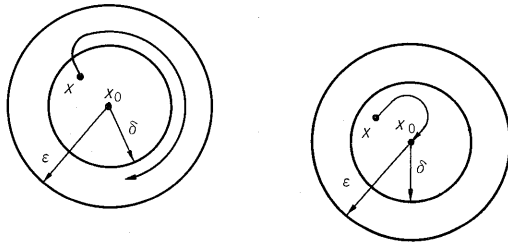
これは古典制御理論一次の場合の $x = x_0 e^{-\frac{1}{T}t}$ 、 $A =$

* 富士ファコム制御 システム本部

$-\frac{1}{T}$ と対応すると、概念的に理解できる。近代制御理論では A は行列である。

5. 安定

近代制御理論では、理論的に次の二つの安定性を区別する。第 3 図(a)のように x から出発し、領域 ε を越えない場合をリアプノフの意味での安定と呼ぶ。一方、第 3 図(b)のように x から出発し、 x_0 に収束する場合を漸近安定と呼ぶ。それぞれ A の固有値の実数部 ≤ 0 、あるいは < 0 で判定する。これは古典制御理論での特性根が s 面の左半面にあれば安定であることに対応する。



(a) Lyapunov の意味の安定 (b) 漸近安定

第 3 図 安定の種類

Fig. 3. Types of stability

6. ラプラス変換

近代制御理論でも古典制御理論と同様に、 t 領域を s 領域で考察する。その関係はラプラス変換で律せられる。

$$\mathcal{L}[e^{At}] = (sI - A)^{-1} \dots \dots \dots (7)$$

この式は古典制御理論における $\mathcal{L}[e^{-at}] = [s + a]^{-1}$ と対応して解釈できる。

7. 可制御性、可観測性、可安定性、可検出性

これらは Controllability, Observability, Stabilizability, Detectability といわれるもので、古典制御理論になかった概念である。近代制御理論においては、後述の最適制御、最適オブザーバなどの理論の前提条件として重要である。

可制御性は、 u により初期状態 x_0 から任意状態 $x(t_1) = x_1$ に有限時間 $t_1 - t_0$ で到達できることをいい、これにはシステム行列 A と入力行列 B が関係する。 n 次系の場合は、行列 $[B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B]$ のランクが n であることで判定できる (行数 n より列の方が多い矩形行列から、任意の列を除いて得られる $n \times n$ 正方形行列の値が少なくとも一つ 0 でないものがある)。

可観測性は、過去の観測時系列 y から現在の状態 x が決定できることをいい、これにはシステム行列 A と観測行列 C が関係し、行列 $[C^T, A^T C^T, A^{2T} C^T, \dots, A^{n-1T} C^T]^T$ のランク n で判定できる。

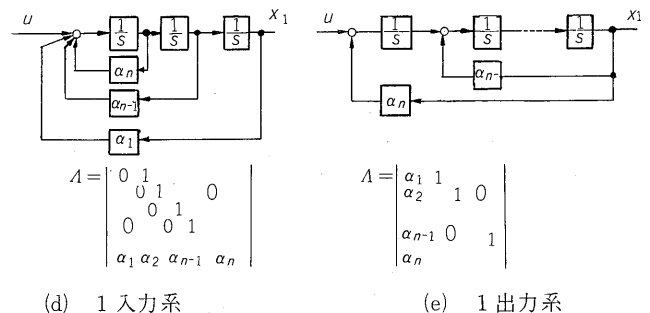
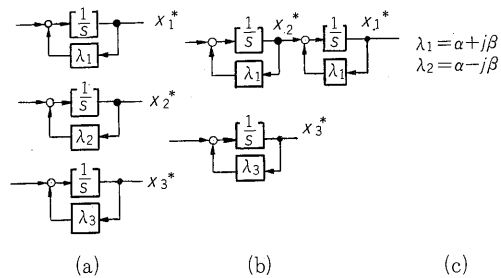
可安定性は、不安定領域が可制御領域に含まれる場合で、システムに不安定の部分があるとき、他のシステムとの結合により安定化できることを示す。

可検出性は、不可観測領域が安定領域に含まれる場合で、システムに不可観測の部分があっても、他のシステムとの結合により可観測にすることができることを示す。

8. A の対角化、位相変数正準形

システム行列 A を、第 4 図のようにシステム行列 A に変形すると、 $n \times n$ 要素を、 n 要素に減らすことができ、また物理的解釈を容易にする。第 4 図(a)は固有値が独立な場合で、完全対角化され、状態変数 x はモード変数 x^* に変換され、それぞれ独立に検討できる。第 4 図(b)は固有値に重複がある場合で、この場合は一部のモードが連結される。第 4 図(c)は固有値が複素数になる場合で、これは振動モードが存在し、 $\sin$, $\cos$ の両要素に分解される。第 4 図(d)(e)は位相変数正準形と呼ばれ、それぞれ 1 入力、1 出力の場合にこのような変形によって、 $n \times n$ 要素が n 要素で決定できるので、後述の同定などに有利である。

$$A = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad Ar = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha \end{bmatrix}$$



第 4 図 A の標準形

Fig. 4. Canonical form for A

9. 定常性

現実のノイズなどは確率的変動となり、システム挙動の統計的な考察が必要となる。統計的信号は、理論的にも特別に扱う必要があり、信号が統計的でない場合は“決定的”(Deterministic)という言葉で区別している。

統計的信号の性質の一つは定常性である。狭義の定義は、異なる時期のデータの確率分布が同一であることで、広義の定義では、平均値一定、二次モーメント $E\{v(t)v^T(t)\}$ が有限で、かつ自己相関 $R_v(t_1, t_2)$ が $t_1 - t_2$ だ

けによることである。

III. 最適制御

1. 最適制御指標

古典制御理論では25%ダンピング、臨界制動、位相余有、ゲイン余有などが制御設計の目安となっていた。近代制御理論における最適制御指標は理論取扱上、次のような二次形式積分の形をとる。

$$J = E \left\{ \int_{t_0}^{t_1} [z^T(t) R_3 z(t) + u^T(t) R_2 u(t)] dt + x^T(t_1) P_1 x(t_1) \right\} \quad (8)$$

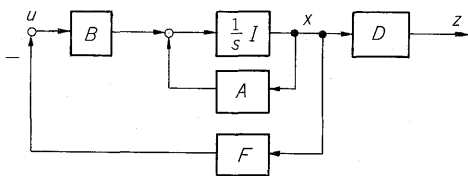
E は期待値、すなわち統計的平均値を意味する。右辺積分中の第1項、第2項は内積の形 ($R_3 z(t)$, $z(t)$, ($R_2 u(t)$, $u(t)$) の形で表現する場合もある。これらの項は、

$$z^T(t) R_3 z(t) = (z_1 \ z_2 \cdots) \begin{pmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \end{pmatrix} = r_1 z_1^2 + r_2 z_2^2 + \cdots \quad (9)$$

でわかるとおり、重み R_3 つきの2乗和を示す。右辺第3項は、終端状態 $x(t_1)$ をできるだけ零状態に近づけることが重要な場合に考慮する。

2. 状態変数フィードバック形最適制御

これは最適レギュレータともいわれ、第5図のように状態変数を F を通してフィードバックして操作入力 u とする方式で、最適制御として $\min J$ にする u , F を決定する。



第5図 状態変数フィードバック最適制御
Fig. 5. State variable feedback optimal control

3. 決定的最適制御

この最適制御は、初期状態 $x(t_0)$ が与えられて、 t_1 時刻までの制御指標 J について、 $\min J$ にする u を決める。この解は既に求められており、最適解に°印をつけると、

$$u^\circ(t) = -F^\circ(t) x^\circ(t) \quad (10)$$

$$F^\circ(t) = R_2^{-1} B^T P(t) \quad (11)$$

$$-\dot{P}(t) = R_1 - P(t) B R_2^{-1} B^T P(t) + P(t) A + A^T P(t) \quad (12)$$

となる。

$$\text{ここに } R_1 = D^T R_3 D$$

最適解に対して、

$$\min J = x^T(t_0) P(t_0) x(t_0) \quad (13)$$

最端点条件は、

$$P(t_1) = P_1 \quad (14)$$

この解は変分法、最大原理、動的計画法などで求められるがここでは割愛する。

式(12)はリカチ方程式と呼ばれている。

最適解の意味を考察する。 R_2 は u の重みであり、操作入力 u をあまり大きくできない場合は R_2 を大きくするので、 F は小さくなる。 $P(t)$ は式(13)からわかるように、制御誤差を表す。制御誤差が大きければ F は大きくなる。リカチ方程式の意味は明確に説明できないが、右辺第1項については、制御変数 z の変動を大きく抑制したい場合は R_1 を大きくするので、それにつれて左辺の制御誤差の時間減少率 $-\dot{P}(t)$ は大きくなる。右辺第2項は $P(t)$ の二次項で、これはフィードバック制御することにより発生した項である。第3項、第4項は $P(t)$ の一次項で、制御なしの場合の自由応答項である。

制御区間 $t_1 - t_0$ が与えられた場合、最適経路の計算方法は、まず第1過程で $P(t)$ 、同時に $F^\circ(t)$ を時間的に逆に求め、第2過程でこれらを用いて $u^\circ(t)$ から最適経路 $x^\circ(t)$ を時間的に前向きに求める。この間の $\min J$ は、 $P(t_0)$ が求まれば直ちに式(13)から求められる。

4. 無限時間最適レギュレータ

有限時間 $t_1 - t_0$ でなく無限時間、すなわち $t_1 \rightarrow \infty$ の最適制御を考える場合は、

$$0 = R_1 - \bar{P} B R_2^{-1} B^T \bar{P} + \bar{P} A + A^T \bar{P} \quad (15)$$

$$\bar{F} = \bar{R}_2 B^T \bar{P} \quad (16)$$

$$u = -\bar{F} x \quad (17)$$

で $\bar{P}$, $\bar{F}$ があらかじめ計算でき、固定値でフィードバック制御することができる。

5. 統計的最適制御

これは3節の決定的最適制御に対するものである。システムノイズが統計的に変動する場合に、制御量 $z(t)$ も統計的に変動する。この統計的変動に対して、 $\min J$ になる u を決定する最適制御である。

この最適解は、形式的に決定的の場合の式(10)~(12)と全く同一になる。ただし式(13)は次のようになる。

$$\min J = \text{tr} [P(t_0) Q_0 + \int_{t_0}^{t_1} P(t) V_p(t) dt] \quad (18)$$

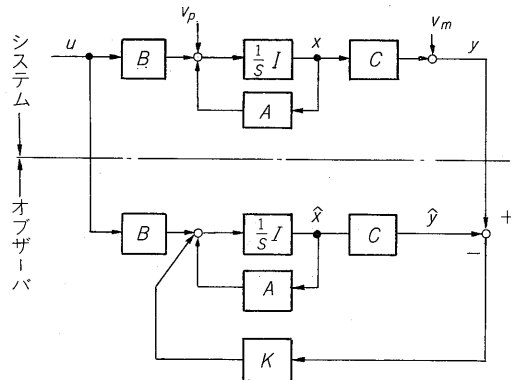
$$\text{ここに } Q_0 = E \{ x(t_0) x^T(t_0) \}, \quad V_p = v_p(t) v_p^T(t)$$

右辺第1項は決定的の場合と同一部分で、第2項がシステムノイズによる誤差増加分である。これは、最適制御した場合でも、システムノイズは制御誤差に加算されることを示し、ノイズは根本的に小さいほどよいことを示している。

IV. オブザーバ

1. オブザーバ基本形

システムから実際に観測できるものは、状態変数 x で



第6図 オブザーバ
Fig. 6. Observer

なく観測変数 y である。状態変数 x は観測変数 y から推定する。この x の推定器をオブザーバと呼ぶ。オブザーバ基本形を第6図に示す。オブザーバ側はシステムと同一形で構成し、入力 u を与えて、対応する推定 $\hat{x}$ 、 $\hat{y}$ を求める。システム側にはシステムノイズ、観測ノイズがあるが、オブザーバ側にはノイズがないので y と $\hat{y}$ に誤差を生じ、この差 $(y - \hat{y})$ にオブザーバゲイン K を乗じて補正する。

2. 極指定オブザーバ

これは Ruenberger⁽²⁾ が提案した方法で、オブザーバ誤差 $e = x - \hat{x}$ は行列 $[A - KC]$ で律せられるので、 $e \rightarrow 0$ になるように $[A - KC]$ の固有値を指定して、それに合わせた K を決定する。

3. 最適オブザーバ

これは最適指標を、

$$J = E \{ e^T(t) W e(t) \}, \quad e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (19)$$

とし、 $\min J$ にする K^* を決定する方式で、Kalman Bucy Filter と呼ばれている。最適解は、次のようになる。

$$K^*(t) = Q(t) C^T V_m^{-1} \quad (20)$$

$$\dot{Q}(t) = V_p - Q(t) C^T V_m^{-1} C Q(t) + A Q(t) + Q(t) A^T \quad (21)$$

$$\min J = \text{tr} [Q(t) W] \quad (22)$$

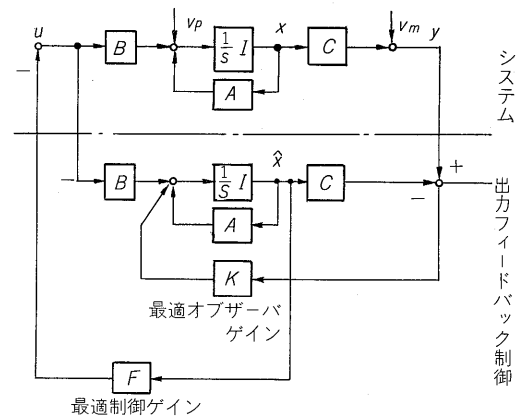
ここに $V_m(t) = v_m(t) v_m^T(t)$ 、 $V_p(t) = v_p(t) v_p^T(t)$ 、 $Q(t) = E \{ e(t) e^T(t) \}$ は推定誤差分散行列で、式(22)でわかるように推定誤差の目安となる。

推定計算方法は、時間的に前向きに進めて x の推定値 $\hat{x}$ を求める。

4. 出力フィードバック最適制御

前述の状態変数フィードバック最適制御は、実際には状態変数 x が直接観測されないで、第7図のように、オブザーバを用いて $\hat{x}$ を推定し、この $\hat{x}$ で代用してフィードバック最適制御を行う。形式的に出力である観測量 y をフィードバックする形になるので、出力フィードバック最適制御と呼ぶ。

5. 最適制御と最適オブザーバの双対性



第7図 出力フィードバック最適制御
Fig. 7. Output feedback optimal control

式(11)~(13)、式(20)~(22)などを比較してわかるように、最適制御と最適オブザーバは双方の関係にある。その対応は、

最適制御

最適オブザーバ

A

A^T

B

C^T

R_2

V_m

P_1

Q_0

$P(t)$

$Q(t^* - t_0)$

$F^*(t)$

$K^{*T}(t^* - t_0)$

$$\dot{x}(t) = [A - BF^*(t)]x(t) \quad \dot{e}(t) = [A - K^*(t)C]e(t)$$

$$t \leq t_1, \quad t^* = t_0 + t_1$$

したがって原問題、双対問題どちらか一方、取り扱いやすい方で考察することができる。

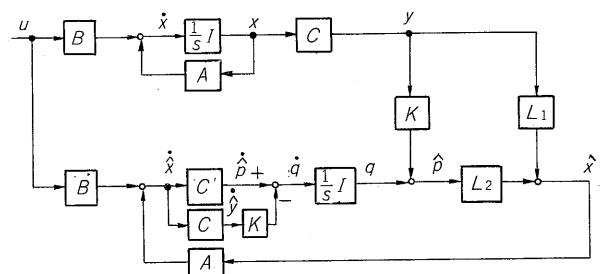
V. 実用上の簡易化

1. 減次元オブザーバ

実際には、状態変数 x が n 個であっても、観測変数 y は l 個 ($n > l$) の場合が多い。このような場合、補助変数 p 、 q などを導入して減次元オブザーバを構成する。第8図はその一例である。

2. モード分離

これは II 章 8 の A の対角化を用いてシステムを n 分



第8図 減次元オブザーバ
Fig. 8. Reduced order observer

割し、モード変数 $x^* = T^{-1}x$ で考察する方法である。これを利用した制御をモード分離制御と呼ぶ。

モード変換行列 T は、 A の固有ベクトル $v_1 \cdots v_n$ を計算すれば、

$$T = [v_1, v_2, \cdots, v_n] \cdots \cdots (23)$$

となる。

3. 縮約による準最適制御

システムには n 個のモードがあっても、現実には一部のモードは自己制御性などのため制御対象にならないものである。したがって、 n 個のうち m 個のモードだけ制御対象とすると制御系も簡易になる。これを用いて縮約による準最適制御が構成できる。モード $x^* = [x_1^* \cdots x_m^*]^T$ ($n > m$) を対象にすると、

$$T_m = (v_1 \cdots v_m), \quad \Lambda_m = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_m \end{bmatrix} \cdots \cdots (24)$$

となり、次式で準最適ゲイン F が求まる。

$$u(t) = -Fx(t) \cdots \cdots (25)$$

$$F = R_2^{-1} (T_m^{-1} B)^T P^* T_m^{-1} \cdots \cdots (26)$$

$$0 = \Lambda_m P^* + P^* \Lambda_m - P^* (T_m^{-1} B) R_2^{-1} (T_m^{-1} B)^T P^* + R_m \cdots \cdots (27)$$

$$R_m = T_m^T R_1 T_m \cdots \cdots (28)$$

4. 擬似対角化

これは定数補償器を前置して総合特性の擬似対角化を図るもので、Hawkins⁽³⁾ の提案した方法である。ここではシステムは古典制御理論的に $G_p(s)$ で表現されている。ある周波数 ω のところで、総合特性 Q の j 行目の非対角要素の2乗和を最小 (Q の j 行目の擬似対角化) にする定数補償器 K の j 行目 kj を求めた。

$$G_p(j\omega) = |\alpha_{ik}| + j|\beta_{ik}| \cdots \cdots (29)$$

$$A_j = \begin{pmatrix} \alpha_{il} \\ \beta_{il} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^m [\alpha_{ik} \alpha_{lk} + \beta_{ik} \beta_{lk}] \end{pmatrix} \cdots \cdots (30)$$

とすれば、

A_j の最小固有値に対する固有ベクトル

$$kj = [kj_1 \ kj_2 \ \cdots \ kj_n] \cdots \cdots (31)$$

が求める定数補償器の j 行目となる。

VI. 離散系

III, IV 章で示した最適制御、最適オブザーバは第9図に示す離散系でも構成できる。むしろ計算アルゴリズムとしては離散形の方が利用しやすい。

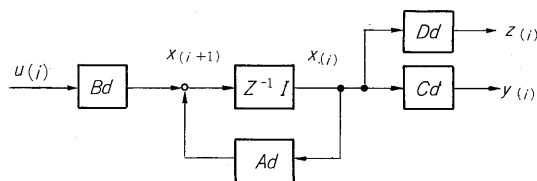
1. 離散形決定的最適制御

制御指標は、

$$J = \sum_{i=i_0}^{i-1} [z^T(i+1) R_3 z(i+1) + u^T(i) R_2 u(i)] + x^T(i_1) P_1 x(i_1) \cdots \cdots (32)$$

で、最適解は、

$$u^*(i) = -F^*(i) x^*(i) \cdots \cdots (33)$$



第9図 離散系

Fig. 9. Discrete system

$$F^*(i) = \{R_2 + B^T [R_1 + P(i+1)] B\}^{-1} B^T [R_1 + P(i+1)] A \cdots \cdots (34)$$

$$P(i) = A^T [R_1 + P(i+1)] [A - BF(i)] \cdots \cdots (35)$$

$$P(i_1) = P_1 \cdots \cdots (36)$$

$$\min J = x^T(i_0) P(i_0) x(i_0) \cdots \cdots (37)$$

となる。

式(10)~(14)の連続形の場合と形式が異なることに留意したい。

2. 離散形統計的最適制御

この場合は、連続系と同様に、決定的最適制御の最適解の形式と同一となる。ただし、

$$\min J = x_0^T P(i_0) x_0 + \sum_{j=i_0+1}^{i_1} \text{tr} \{V_p(j-1) [P(j) + R_1(j)]\} \cdots \cdots (38)$$

3. 離散形最適オブザーバ

最適指標は、

$$J = E \{e^T(i) W e(i)\}, \quad e(i) = x(i) - \hat{x}(i) \cdots \cdots (39)$$

で、最適解は、

$$K(i) = A Q(i) C^T [V_m + C Q(i) C^T]^{-1} \cdots \cdots (40)$$

$$Q(i+1) = [A - K(i) C] Q(i) A^T + V_p \cdots \cdots (41)$$

$$Q(i_0) = Q_0 \cdots \cdots (42)$$

$$\min J = \text{tr} [Q(i) W] \cdots \cdots (43)$$

4. 離散形出力フィードバック最適制御

連続系と同様に、離散系でも離散形最適オブザーバと離散形最適制御を組み合わせ、 $\hat{x}$ を用いた出力フィードバック最適制御が構成できる。

VII. 応用モデル

以上の最適制御、最適オブザーバの応用で、実用上よく用いられるモデルとして次の二つがある。

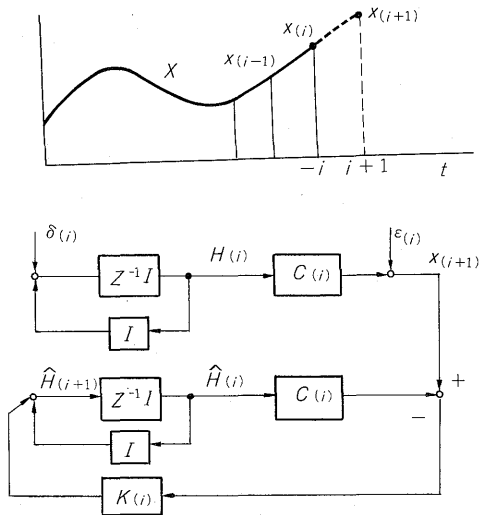
1. 自己回帰形モデル

これは AR (Autoregressive) モデルと呼ばれている。第10図のように、 x の $i+1$ 時点の値 $x(i+1)$ を、 x の過去の値 $x(i)$, $x(i-1) \cdots$ の線形結合で予測するモデルである。

$$x(i+1) = a_1(i) x(i) + a_2(i) x(i-1) + \cdots + a_M(i) x(i-M+1) + \varepsilon(i) \cdots \cdots (44)$$

ここで次のベクトルを定義すれば、

$$C(i) = [x(i), x(i-1), \cdots, x(i-M+1)] \cdots \cdots (45)$$



第 10 図 自己回帰モデル
Fig. 10. Autoregressive model

$$H(i) = [a_1(i), a_2(i), \dots, a_M(i)]^T \dots\dots\dots (46)$$

式(44)は,

$$x(i+1) = C(i)H(i) + \varepsilon(i) \dots\dots\dots (47)$$

となり, 係数ベクトル $H(i)$ は時不変だが, 他の原因で確率的に変動するとすれば,

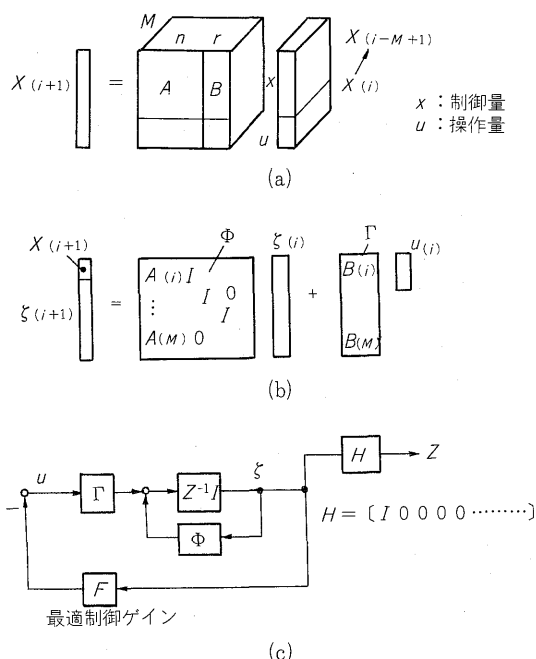
$$H(i+1) = I \cdot H(i) + \delta(i) \dots\dots\dots (48)$$

となる。

これは第10図のようになり, **VI 章 3** の離散形最適オブザーバが応用でき, 次のように係数ベクトル $H(i)$ が, 逐次修正されてゆく。

$$\hat{H}(i+1) = \hat{H}(i) + K(i)[x(i+1) - C\hat{H}(i)] \dots\dots\dots (49)$$

$$K(i) = Q(i)C^T(i)[V\varepsilon + C(i)Q(i)C^T(i)]^{-1} \dots\dots\dots (50)$$



第 11 図 多変数自己回帰モデル
Fig. 11. Multivariable autoregressive model

$$Q(i) = [I - K(i)C(i)]Q(i) + V\varepsilon \dots\dots\dots (51)$$

2. 赤池モデル

これは統計数理研究所赤池先生の提案したモデルで, 第11図(a)のような多次元の AR モデルとなっている。このような三次元行列は近代制御理論で扱えないので, これを第11図(b)のように変形して考える。これは前述の位相変数正準形である。これは第11図(c)のブロックダイアグラムになるので, **VI 章 1** の離散形決定的最適制御が応用でき, 最適ゲイン F が計算される。

VIII. 最近の動向

1. 適応オブザーバ

前述のオブザーバは, システム特性 A, B, C などが既知であったが, 現実には多少の差がある。また, 現実のシステムは, 操業条件によって特性が変化するので, これに適応させる必要がある。このような場合を考慮したものが適応オブザーバである。この一つの方法を第12図に示す。これは Narendra の提案したもので, 特徴は, システム行列 A を,

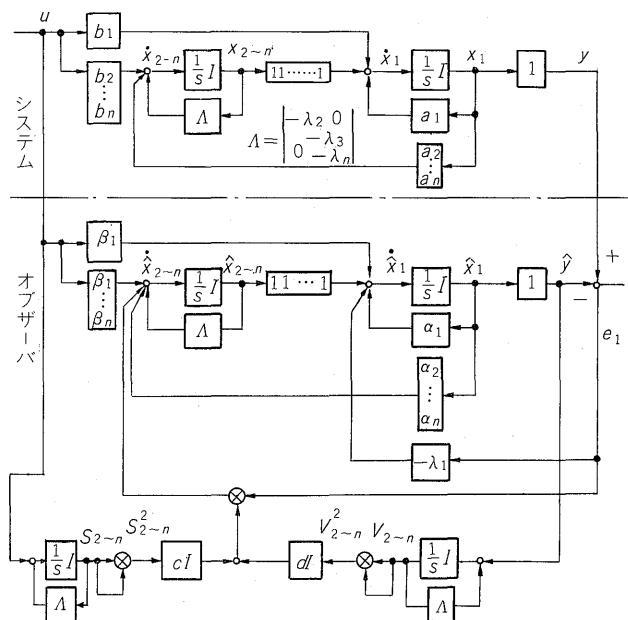
$$A = \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \vdots & -\lambda_2 & & & \\ a_n & & & -\lambda_n & \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \dots\dots\dots (52)$$

として考えたことと, 適応アルゴリズムの安定性をリアプノフ関数 V を考慮して構成した点である。

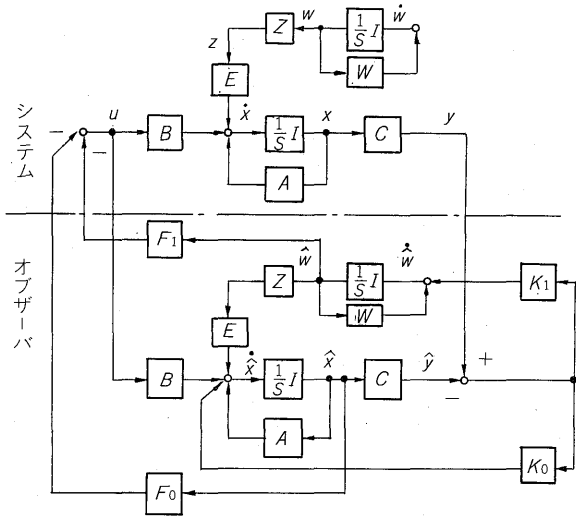
$$V = \frac{1}{2}(y - \hat{y})^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{C_i}(\alpha_i - a_i)^2 + \frac{1}{d_i}(\beta_i - b_i)^2 \right] \dots\dots\dots (53)$$

2. 外乱推定を含む最適制御

現実のシステムでは外乱の性質が十分把握されていない



第 12 図 Narendra 形適応オブザーバ
Fig. 12. Adaptive observer by Narendra



第13図 外乱推定を含む最適制御
Fig. 13. Optimal control with estimating disturbance

いので、外乱推定が今後の一つの課題である。第13図はその一つの方式で、外乱を状態変数に含めて推定し、最適制御にも用いている。

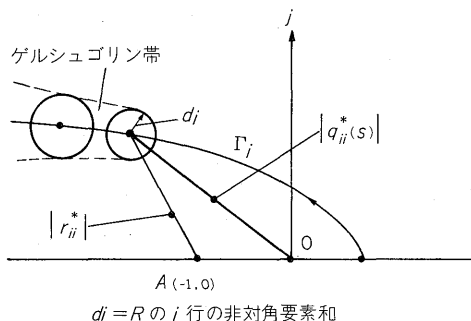
3. 逆ナイキスト配列法

最近では多変数系を含めて CAD (Computer Aided Design) する傾向にあり、これはその一つの方式である。INAM (Inverse Nyquist Array Method) と呼ばれ、Rosenbrock が提案した方法である。

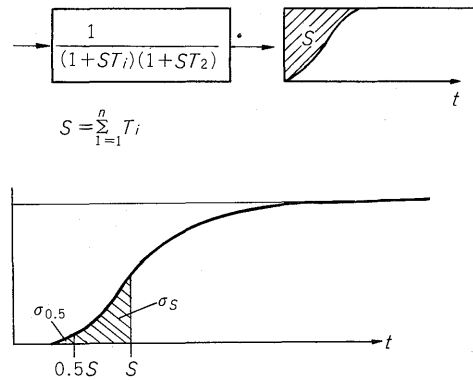
これは古典制御理論的に、システムの伝達関数を考えるが、制御設計を古典制御理論のナイキスト線図でなく、逆ナイキスト線図を用いる特徴がある。理由は、開及び閉ループ伝達関数 $Q(s)$ と $R(s)$ の関係が $R(s) = (I + Q(s))^{-1}Q(s)$ であるのに対し、それぞれの逆伝達関数 $Q^*(s)$ 、 $R^*(s)$ の関係、

$$R^*(s) = Q^*(s) + I \quad (54)$$

が簡易に図示できる点である (第14図)。また、多変数のため自己ループ以外の他ループの影響が、第14図に示す



第14図 逆ナイキスト線図
Fig. 14. Inverse Nyquist diagram



第15図 オートチューニング基本概念
Fig. 15. Basic concept for auto tuning

ゲルシュゴリン帯で示しうる。漸近安定条件は、各ループの軌跡 Γ_i ($i=1 \sim n$) が同方向に同回数となること、及びゲルシュゴリン帯を含めて、 O 、 A の上にのらないことである。この性質を用いた、ディスプレイとの対話形の多変数設計システムができています。

4. オートチューニング方式

これは当社の開発した方式で、システムの動特性パラメータを自動的に求め、これから制御器のパラメータを自動的に設定する方式である。この特徴は第15図に示すように、システム時定数が応答面積になること (応答面積法) を利用し、従来の T_1 、 T_2 などの時定数の代わりに応答面積 σ_S 、 $\sigma_{0.5S}$ などを基に最適ゲインを設定する方法である。また、制御指標は、

$$J = \int_0^\infty e^{\beta t} x^2 dt, \quad \beta = \frac{\omega_c}{2\pi} \alpha \quad (55)$$

とし、重みを折点周波数 ω_c に結びつけている点も特徴である。

IX. 応用実績

以上説明した近代制御理論の応用実績の一例を第1表に示す。各々については、それぞれの応用分野において発表してゆく予定で、ここでは割愛した。

第1表 近代制御理論の応用実績
Table 1. Applications of modern control theory

	手 法	対 象
制 御 関 係	連続形最適制御	蒸溜塔、ガス混合
	離散形最適制御	セメント、高炉、OG、CC、キューボラ
	逆ナイキスト法	ガスホルダ
同 定 関 係	A R モ デ ル	電力予測、水予測
	赤 池 モ デ ル	セメント、高炉、OG、CC、キューボラ
	カルマンフィルタ	発電所、電力系統、加熱炉、交通
	オートチューニング	火力、セメント、下水

これまでの経験から、近代制御理論の応用の有効性について考えてみる。制御関係では、特にガス系のような干渉系、同種2系列系のような配分系、人間の思考を超えた多変数系、オブザーバ関係では、計測不備によるシステム未知パラメータを含む系、複雑多岐な多変数系に対して有効である。

X. あとがき

近代制御理論の今後の応用展開の飛躍的増加を予想しその基礎を平易に紹介した。

計算機の高速度大容量化、分散化により、各分野でのこれらの理論応用の意義は大きく、その件数は飛躍的に増加している。商談がらみの依頼はもとより、ユーザ各位との共同研究も多くなっている。今後共、これら技術、経験を充実し、ユーザ各位の御要望にこたえていきたい。

参考文献

- (1) 高橋：システムと制御，岩波書店（昭53）
- (2) Luenberger：An Introduction to Observers, IEEE T-AC AC-16, No.6 (1971)
- (3) Hawkins：“Pseudodiagonalization” and INAM, PIEE, 119 (1972)
- (4) Lüder & Narendra：Stable Adaptive Schemes for Stable Estimation and Identification, IEEE, T-AC, AC-19, No.6 (1974)
- (5) Weihrich：Mehrgrößen-Zustandregelung unter Einwirkung von Stör- und Führungssignalen, Regelungstechnik, Heft 6 (1977)
- (6) Rosenbrock：Computer Aided Control System Design, Academic Press, (1974)
- (7) 西川ほか：FUJI MICREXにおけるPID制御パラメータのオートチューニング，富士時報，51，No.4（昭53）

発明の紹明

オーバトルク保護検出装置

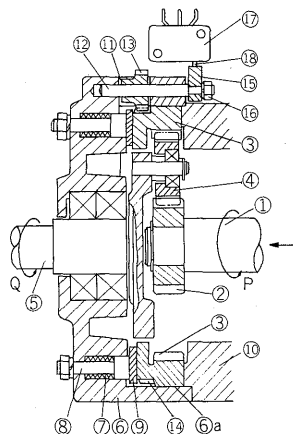
(特許 第902092号)

電動操作機など多くの駆動装置の変速機構に遊星歯車機構が用いられることが多いが、本発明はこの種の駆動装置の出力軸が急にロックされたような場合に、歯車機構にかかるオーバトルクを検出して駆動モータ回路を切るなどの手段で駆動装置を保護するものである。

図においてモータ等で駆動される入力軸①には太陽歯車②が直結されており、内歯車③とこの太陽歯車にかみ合う遊星歯車④の遊星運動により、出力軸⑤が回転される。内歯車の外周は枠⑥の内面⑥aと遊嵌して、そのままでは枠の内部で回転できるが、ばね⑦により押し棒⑧の先端が平円環状のディスク⑨を介して内歯車の一方の側面を図の右方に押し、その他方の側面を支枠⑩の側面に押し付けているので、内歯車はその一方の側面とディスクとの間及びその他方の側面と支枠との間の摩擦により強固にその位置に固定されている。枠の図の上方には開口⑪があって、枠に対して回転できる検出軸⑫に固定された検出歯車⑬がこの開口に設けられていて、内歯車の外周の一部に切られた外歯⑭とかみ合っている。

このような構成において、出力軸がなんらかの原因

で急にロックされた場合、入力軸や出力軸の回転方向PあるいはQと反対方向の回転力が内歯車にかかって、それを固定している前記の摩擦力で打ち勝つと、内歯車は回転してその外歯とかみ合う検出歯車⑬、したがって検出軸を回す。検出軸にはカム⑮がナット⑯によって固定されているので、検出軸が回るとカムの外周に当接しているリミットスイッチ⑰のアクチュエータ⑱を介してリミットスイッチを動作させ、オーバトルクが検出される。なお、上述の検出歯車の代わりにゴム等の弾性体を検出軸に固定して、内歯車の外周との摩擦により内歯車の回転を検出することもできる。





＊本誌に記載されている会社名および製品名は，それぞれの会社が所有する
商標または登録商標である場合があります。